

文章编号: 1000-8055(2002) 04-0458-06

# 横掠单圆管流动与换热的热力学优化设计

蔡伟华, 徐国强, 陶 智, 耿汀  
(北京航空航天大学 动力系, 北京 100083)

摘要: 应用热力学第一、第二定律, 采用对管外流体温度进行加权平均的方法, 对选定参数的横掠单圆管流动与换热进行了热力学优化分析。得到了管内、管外流体的温度分布图, 系统的熵产率分布图, 和一系列优化参数的计算式。

关 键 词: 叉流换热器; 熵产分析; 优化设计

中图分类号: V 231. 1 文献标识码: A

## Thermodynamic Optimization of Convective Heat Transfer Through Cross-Flow over Single Tube

CAI Wei-hua, XU Guo-qiang, TAO Zhi, DING Shui-ting  
(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The first and second laws of thermodynamics, combined with the method of weighted mean value of outside fluid temperature, have been utilized to optimize the convective heat transfer of one tube cross-flow heat exchanger. The spatial distributions of the field of fluid temperature inside and outside the tube, irreversibility, and entropy generation rate profiles are presented. It is shown that the entropy generation rate may be minimized through proper selection of some parameters of the system.

**Key words:** cross-flow heat exchanger; entropy generation; optimization

### 主要符号表

|       |                                                  |                        |        |
|-------|--------------------------------------------------|------------------------|--------|
| $a$   | 管横截面积                                            | $K$                    | 传热系数   |
| $A_c$ | 管外流通面积                                           | $L$                    | 管长     |
| $A_f$ | 管道迎风面积                                           | $\dot{m}$              | 质量流量   |
| $B$   | 参数                                               | $N$                    | 管道长径比  |
| $C^*$ | 比热容量 $C^* = \frac{(mC_p)_{\min}}{(mC_p)_{\max}}$ | $N_s$                  | 无因次熵产率 |
| $C_D$ | 阻力系数                                             | $ntu$                  | 传热单元数  |
| $C_p$ | 比热容                                              | $\Delta p$             | 压差     |
| $D$   | 管径                                               | $Q$                    | 额定换热量  |
| $F_D$ | 阻力                                               | $R$                    | 泵效率    |
| $J$   | 无因次热负荷参数                                         | $\dot{S}_{\text{gen}}$ | 熵产率    |
|       |                                                  | $T$                    | 流体温度   |

收稿日期: 2001- 09- 25; 修订日期: 2002- 03- 10

作者简介: 蔡伟华(1976- ), 男(土家族), 重庆酉阳人, 北京航空航天大学动力系硕士研究生。

|          |                   |            |         |
|----------|-------------------|------------|---------|
| $u$      | 管内流体速度            | $\xi$      | 管内无因次温度 |
| $v$      | 管外流体速度            | $\epsilon$ | 换热器效率   |
| $x$      | 坐标                | $\sigma$   | 无因次参数   |
| $\Phi$   | 孔隙率               | 脚标         |         |
| $\eta$   | 无因次坐标 $\eta= x/L$ | 1          | 管内      |
| $\mu$    | 参数                | 2          | 管外      |
| $\pi$    | 圆周率               | i          | 进口      |
| $\omega$ | 加权系数              | o          | 出口      |
| $\theta$ | 管外无因次温度           | av         | 平均      |
| $\rho$   | 密度                |            |         |

1 引 言

由于设计简单, 制造和维护方便, 以及花费低等优点, 叉流管束式换热器在石油, 化工, 航空, 航天领域得到广泛应用。熵产分析是利用热力学第二定律, 通过对实际装置中代表不可逆损失的熵产进行计算, 以确定损失分布情况并致力于熵产最小化。因此熵产分析作为如何更有效利用能源的方法得到人们广泛的注意并有大量研究文献发表。1977年, Bejan A<sup>[1]</sup>首次在换热器的设计过程中运用不可逆概念。在1979年, Bejan A<sup>[2]</sup>进一步对4种基本的对流换热情况进行了熵产分析。1987年, Nag P K<sup>[3]</sup>等, 对等壁温情况下的通道内对流换热进行了热力学优化分析, 指出进口温差对优化设计有重要影响, 并得到了一系列优化参数。Demirel Y<sup>[4]</sup>在1995年用 Nag P K<sup>[3]</sup>的方法对等壁温情况下的粗糙管道进行了熵产分析。丁中涛<sup>[5]</sup>等利用数值计算的方法对恒热流边界条件的圆管流动的热阻力和熵产进行了分析。以上文献都是针对等壁温或等热流的情况下的热力学分析, 对于象横掠圆管这样的流动和换热, 就本文作者了解, 目前仍未见有关的熵产情况的分析和热力学优化设计。由于叉流管束式换热器在工程中得到广泛应用, 因此很有必要对其基本的流动和传热结构进行热力学分析, 以寻求优化设计。本论文的目的就是运用热力学第一定律和热力学第二定律对叉流管束式换热器的基本流动结构—横掠单圆管的流动和换热进行热力学分析, 了解不可逆损失情况, 从而寻求一种优化设计方法来减少不可逆损失。

2 熵产分析

见图1所示的流动, 管外流体(通常为空气) 横

截面均匀分布, 截面温度处处相等; 传热系数沿

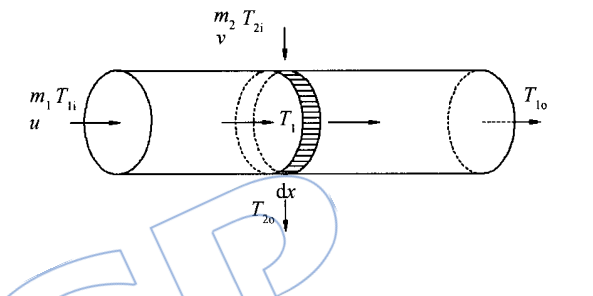


图1 横掠单圆管流动示意图  
Fig. 1 Cross-flow over single tube arrangement

管轴向处处相等; 管外流体沿管轴均匀地横向流过管束, 且不混合。对于横掠翅片管的流动和换热, 上述假设是合理的。对于横掠光管的情况, 如果管外流体混合不充分, 同样可以作上述假设。

2.1 温度分布

对图1所示流动, 取微元段  $dx$ , 由能量平衡知:

$$- \frac{d\xi}{d\eta} = nt u_1 (\xi - \theta) \tag{1}$$

$$1 - \theta = nt u_2 (\theta - \xi) \tag{2}$$

式中: 
$$\theta = \frac{T_2 - T_{1i}}{T_{2i} - T_{1i}}$$
$$\xi = \frac{T_1 - T_{1i}}{T_{2i} - T_{1i}} \tag{3}$$

$$nt u_1 = \frac{K (\pi D L)}{(\dot{m} C_p)_1}, \quad nt u_2 = \frac{K (\pi D L)}{(\dot{m} C_p)_2} \tag{4}$$

$\theta$ 是采用 Bes Th<sup>[6]</sup>的方法, 对管外流体温度采取加权平均后的管外平均温度。如图2, 在微分段  $dx$  内, 管内无因次流体温度  $\xi$  可以近似认为不变。因此管内流体的流动方向变得不重要。由图2的温度分布很容易知道管外流体温度随管径作指

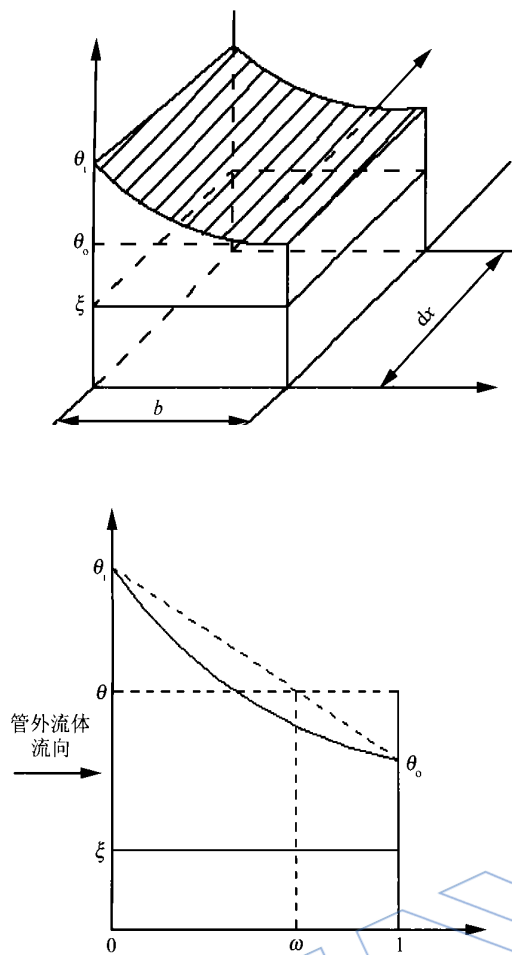


图2 微分段内的无因次温度分布

Fig. 2 Distribution of fluid temperatures in the infinitesimal-small slice

数变化。图中  $b = \pi D/2$ 。而且有:

$$\theta = \alpha\theta + (1 - \alpha) \quad (5)$$

$$\omega = \frac{1}{1 - e^{-ntu_2}} - \frac{1}{ntu_2} \quad (6)$$

由公式(1), (2), (5)及(6)消去  $\theta$  得:

$$-\frac{d\xi}{d\eta} = B(\xi - 1) \quad (7)$$

$$\theta - \mu = (1 - \mu)\xi \quad (8)$$

式中:  $\mu = e^{-ntu_2} \quad (9)$

$$B = \frac{1}{C^*}(1 - \mu) \quad (10)$$

对公式(7)沿管长积分后得式如下:

$$\xi = 1 - e^{-B\eta} \quad (11)$$

把公式(11)代入(8)有:

$$\theta = 1 - (1 - \mu)e^{-B\eta} \quad (12)$$

## 2.2 熵产分析

图1所示的流动方式的熵产主要由传热和流动阻力造成。系统因传热引起的熵产率为  $\dot{S}_{\text{gen}, \Delta T}$ , 因流动阻力引起的熵产率为  $\dot{S}_{\text{gen}, \Delta p}$ 。因传热引起的熵产率为:

$$\dot{S}_{\text{gen}, \Delta T} = (\dot{m}C_p)_1 \ln \frac{T_{1o}}{T_{1i}} + \int_0^L \frac{dx}{L} (\dot{m}C_p)_2 \ln \frac{T_{2o}}{T_{2i}} \quad (13)$$

由公式(11)和(12)知:

$$\frac{T_{1o}}{T_{1i}} = \frac{1 - (1 - \eta)e^{-B}}{\tau} \quad (14)$$

$$\frac{T_{2o}}{T_{2i}} = 1 - (1 - \eta)(1 - \mu)e^{-B\eta} \quad (15)$$

式中:  $\tau = \frac{T_{1i}}{T_{2i}} \quad (16)$

把公式(14)和(15)代入(13)得到:

$$\dot{S}_{\text{gen}, \Delta T} = (\dot{m}C_p)_1 \ln \frac{1 - (1 - \eta)e^{-B}}{\tau} + (\dot{m}C_p)_2 \int_0^L \ln[1 - (1 - \eta)(1 - \mu)e^{-B\eta}] d\eta \quad (17)$$

根据  $\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2}, \dots, x \in (-1, 1)$

当  $x \ll 1$  时,  $\ln(1 + x) \approx x$ , 公式(17)变为:

$$\dot{S}_{\text{gen}, \Delta T} = (\dot{m}C_p)_1 \ln \frac{1 - (1 - \eta)e^{-B}}{\tau} + (\dot{m}C_p)_1 (1 - \eta)(e^{-B} - 1) \quad (18)$$

微分段  $dx$  内, 因流动阻力引起的熵产率为:

$$d\dot{S}_{\text{gen}, \Delta p} = (\dot{m}C_p)_1 \frac{(-dP/dx)dx}{\rho_1 C_{p1} T_1} + \frac{F_D v dx / L}{T_{2av}} \quad (19)$$

等式右边第1项为管内流动阻力引起的熵产率, 第2项为管外流动阻力引起的熵产率。其中:

$$F_D = C_D \frac{\rho v^2}{2} A_f \quad (20)$$

$$\frac{-dP}{dx} = f \frac{\rho_1 u^2}{2D}, \quad \Delta p = f \frac{\rho_1 u^2 L}{2D} \quad (21)$$

式中  $C_D, f$  和  $A_f = LD$  分别为阻力系数、管流摩擦系数和管道迎风面积。把公式(20)和(21)代入(19)积分得:

$$\dot{S}_{\text{gen}, \Delta p} = \frac{N(\dot{m}C_p)_1 f u^2}{2C_{p1} B T_{2i}} \ln \frac{\tau e^{-B}}{1 - (1 - \eta)e^{-B}} + \frac{A_f C_D \rho_{2v}^3}{2T_{2i} B} \ln \frac{1 - \alpha(1 - \eta)(1 - \mu)e^{-B}}{[1 - \alpha(1 - \eta)(1 - \mu)]e^{-B}}$$

(22)

式中,  $N = \frac{L}{D}$ 。因此, 系统无因次熵产率为:

$$\begin{aligned} N_s = \frac{\dot{S}_{\text{gen}}}{(m\dot{C}_p)_1} = \frac{\dot{S}_{\text{gen}, \Delta T} + \dot{S}_{\text{gen}, \Delta p}}{(m\dot{C}_p)_1} = \\ \ln \frac{1 - (1 - \eta)e^{-B}}{\tau} + \\ (1 - \eta) \cdot (e^{-B} - 1) + \frac{C_D v^2}{2C_{p2}\Phi(1 - \mu)T_{2i}} \cdot \\ \ln \frac{1 - \alpha(1 - \eta)(1 - \mu)e^{-B}}{[1 - \alpha(1 - \eta)(1 - \mu)]e^{-B}} + \\ \frac{Nfu^2}{2C_{p1}\Phi(1 - \mu)T_{2i}} \ln \frac{1 - (1 - \eta)e^{-B}}{\tau e^{-B}} \quad (23) \end{aligned}$$

式中,  $\Phi = \frac{A_c}{A_f}$  为管外孔隙率,  $A_c$  为管外流通面积,  $N_s$  为无因次熵产率。由能量平衡易知:

$$u = \frac{Q}{a\rho_1 C_{p1} T_{2i} (1 - \eta)(1 - e^{-B})} \quad (24)$$

$$v = \frac{QB}{A_c \rho_2 C_{p2} T_{2i} (1 - \eta)(1 - \mu)(1 - e^{-B})} \quad (25)$$

把公式(24)和(25)代入(23)得:

$$\begin{aligned} N_s = \ln \frac{1 - (1 - \eta)e^{-B}}{\tau} - \\ (1 - \eta) \cdot (1 - e^{-B}) + \\ \frac{J_2^2}{2C^*{}^3 B \Phi (1 - e^{-B})(1 - \eta)^2} \cdot \\ \ln \frac{1 - \alpha C^* B (1 - \eta)e^{-B}}{[1 - \alpha C^* B (1 - \eta)]e^{-B}} + \\ \frac{N J_1^2}{2B(1 - \eta)^2 (1 - e^{-B})^2} \ln \frac{1 - (1 - \eta)e^{-B}}{\tau e^{-B}} \quad (26) \end{aligned}$$

$$\text{式中: } J_1 = \frac{Qf^{1/2}}{a\rho_1 (C_{p1} T_{2i})^{3/2}} \quad (27)$$

$$J_2 = \frac{QC_b^{1/2}}{A_c \rho_2 (C_{p2} T_{2i})^{3/2}} \quad (28)$$

$J_1$  和  $J_2$  是 Nag P K<sup>[3]</sup> 提出的无因次热负荷参数, 它描述了额定换热量, 流体物性, 进口温度, 和流动布局的影响。

### 3 优化设计

由公式(26)知无因次熵产率受许多因素制约, 可简要表示如下:

$$N_s = f(J_{1,2}, ntu, \tau, C^*, \Phi, N) \quad (29)$$

在以空气为流动工质, 选定参数  $C^* = 0.3$ ,  $\Phi = 4.44$ ,  $D = 5 \text{ mm}$ ,  $T_{2i} = 437 \text{ K}$ , 在不同  $Q$ , 即不同

的热负荷情况下, 对公式(26)的进行了数值计算。得曲线图3。

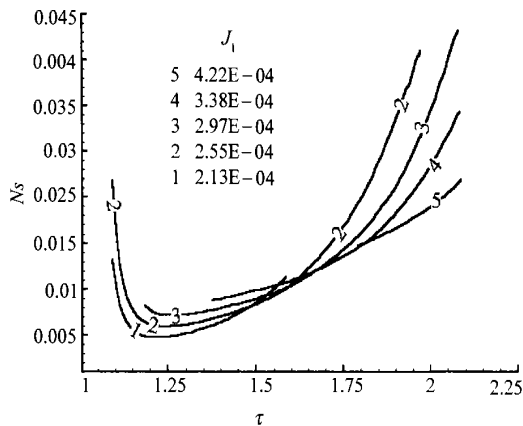


图3 无因次熵产率  $N_s$  随进口温比  $\tau$  变化图

Fig. 3 Variation of  $N_s$  with  $\tau$

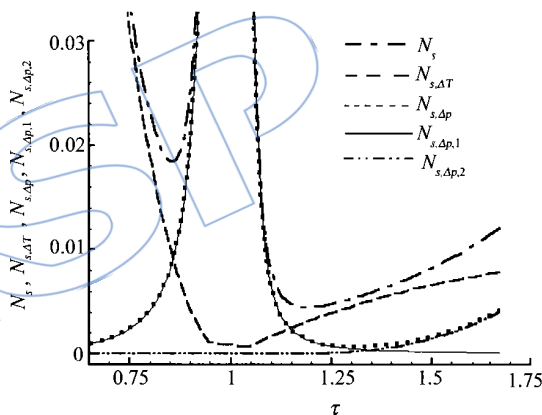


图4 因传热和流动导致的熵产随进口温比  $\tau$  变化图

Fig. 4 Variation of entropy generation with  $\tau$

由图3可以明显看出存在最优的  $\tau$  使得  $N_s$  取得最小值。这可由图4可以进一步看出。图中横坐标为流动工质进口温比, 纵坐标  $N_s$ ,  $N_{s, \Delta T}$ ,  $N_{s, \Delta p}$ ,  $N_{s, \Delta p, 1}$ ,  $N_{s, \Delta p, 2}$  分别为系统无因次熵产率, 因传热产生的无因次熵产率, 因流动阻力产生的无因次熵产率, 管内因摩擦和管外因流动阻力产生的无因次熵产率。由图可以明显看出, 在  $\tau \rightarrow 1$  时,  $N_s$  存在最小值。随着  $\tau$  继续趋近1,  $N_s$  急剧增加, 在  $\tau = 1$  时为  $+\infty$ 。这是因为随着  $\tau \rightarrow 1$ ,  $T_{1i}$  和  $T_{1i}$  差值逐渐减小, 要满足一定的热负荷, 管道的长径比需逐渐增加, 见图5, 虽然在  $\Phi$  不变的情况下, 管外因流动阻力产生的无因次熵产率  $N_{s, \Delta p, 2}$  有很小降低, 而且因传热产生的无因次熵产率  $N_{s, \Delta T}$  逐渐趋于0, 但是管内因摩擦产生的无因次熵产率  $N_{s, \Delta p, 1}$  迅速增加, 从而导致系统无因次熵产率  $N_s$  迅速

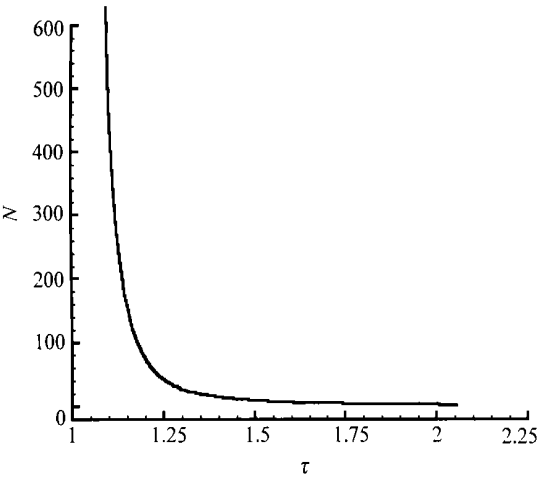


图5 圆管长径比随进口温比  $\tau$  变化图

Fig. 5 Variation of tube length and diameter ratio with  $\tau$

增加。图3中  $\tau < 1$  对应管内流体被加热,  $\tau > 1$  对应管内流体被冷却。

3.1 优化参数计算

当  $\tau \rightarrow 1$  时, 公式(26) 变为:

$$N_s = \frac{(\tau - 1)e^{-B} - (1 - \tau)(1 - e^{-B}) - \frac{NJ_1^2}{2B(1 - \tau)(1 - e^{-B})^2} - \frac{J_2^2\omega}{2C^{*2}\Phi(1 - e^{-B})^2(1 - \tau)}}{(30)}$$

公式(30) 对  $\tau$  求导有:

$$\frac{\partial N_s}{\partial \tau} = 1 - \frac{NJ_1^2}{2B(1 - e^{-B})^2(1 - \tau)^2} - \frac{J_2^2\omega}{2C^{*2}\Phi(1 - e^{-B})^2(1 - \tau)^2} \quad (31)$$

令  $\frac{\partial N_s}{\partial \tau} = 0$ , 由公式(31) 得到:

$$\tau_{opt} = 1 \pm \frac{\frac{NJ_1^2}{2B(1 - e^{-B})^2} + \frac{\omega J_2^2}{2C^{*2}\Phi(1 - e^{-B})^2}}{(32)}$$

定义泵效率  $R_1 = \frac{Q}{a\Delta p u}$  (33)

把公式(21), (24) 和(27) 代入(33) 有:

$$R_1 = \frac{2(1 - e^{-B})^3(1 - \tau)^3}{NJ_1^2} \quad (34)$$

$R_1$  为负表示管内流体被冷却。如果规定  $Q$  取数量值, 则公式(34) 变为:

$$R_1 = \frac{2(1 - e^{-B})^3|1 - \tau|^3}{NJ_1^2} \quad (35)$$

由于  $R_1$  是  $\tau$  的函数而且由于  $N_s$  也是  $\tau$  的函

数, 所以  $N_s$  也是  $R_1$  的函数。如图6, 在  $\tau$  取  $\tau_{opt}$  时

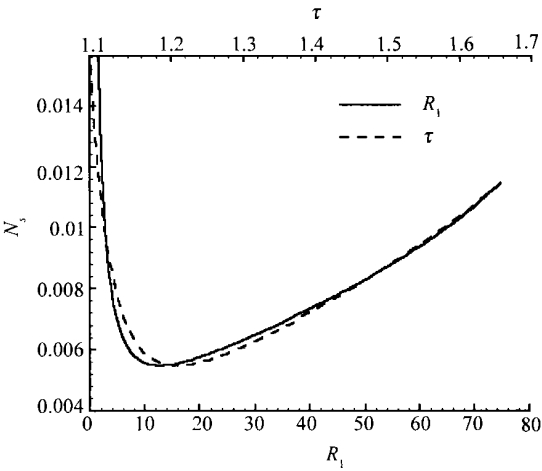


图6  $N_s$  随泵效率  $R_1$  和进口温比  $\tau$  变化图

Fig. 6 Variation of  $N_s$  with  $R_1$  and  $\tau$

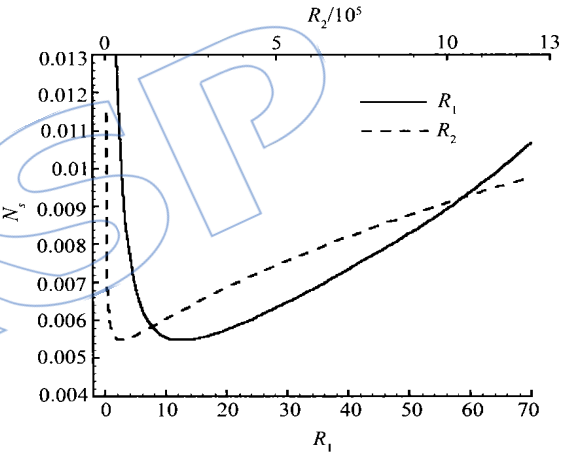


图7  $N_s$  随泵效率  $R_1$  和  $R_2$  变化图

Fig. 7 Variation of  $N_s$  with  $R_1$  and  $R_2$

$R_1$  应取得最小值  $R_{1opt}$ 。但图6中  $R_{1opt}$  对应的  $\tau$  与  $\tau_{opt}$  稍有偏差, 这是在求  $\tau_{opt}$  时对公式(26) 简化后的结果。把公式(32) 代入(35) 得:

$$R_{1opt} = \frac{2\left(\frac{NJ_1^2}{2B} + \frac{\omega J_2^2}{2C^{*2}\Phi}\right)^{3/2}}{NJ_1^2} \quad (36)$$

把公式(21) 和(33) 代入(30) 得:

$$u_{opt} = \left(\frac{8Q}{\pi L D \rho i f R_{1opt}}\right)^{1/3} \quad (37)$$

同理, 如果定义:

$$R_2 = \frac{Q}{F_{dv}} \quad (38)$$

可以求得:

$$R_{2opt} = \frac{2\Phi\left(\frac{NJ_1^2}{2B} + \frac{\omega J_2^2}{2C^{*2}\Phi}\right)^{3/2}}{NJ_2^2} \quad (39)$$

$N_s$  随  $R_2$  的变化见图7。同样可以求得:

$$v_{opt} = \left[ \frac{2Q}{LD\rho_2 C_b R_{opt}} \right]^{1/3} \tag{40}$$

由上述分析可知, 在一定热负荷下, 可以根据  $\tau_{opt}$ ,  $u_{opt}$  和  $v_{opt}$  对换热器进行优化设计。

4 结 论

(1) 横掠圆管流动和换热结构在工程应用中随处可见, 因此对其进行不可逆损失的必要性是显而易见的。应用对管外流体进出口温度进行加权平均, 可以得到该流动结构的温度分布, 从而可以对该流动结构进行熵产分析。

(2) 通过对作为换热器基本结构的横掠单圆管流动进行熵产分析可知存在一系列优化参数  $\tau_{opt}$ ,  $u_{opt}$  及  $v_{opt}$  使得该结构下因流动和换热产生的不可逆损失减到最小。

参考文献:

[1] Bejan A. The Concept of Irreversibility in Heat Exchanger

Design: Counterflow Heat Exchangers for Gas-to-Gas Applications[R]. Transaction of the ASME, 1977, 99: 374- 380.

[ 2] Bejan A. A Study of Entropy Generation in Fundamental Convective Heat Transfer[R]. Transaction of the ASME, 1979, 101: 718- 725.

[ 3] Nag P K, Mukherjee P. Thermodynamic Optimization of Convective Heat Transfer Through a Duct with Constant Wall Temperature[J]. Int. J. Heat Mass Transfer. 1987, 30( 2): 401- 405.

[ 4] Demirel Y. Thermodynamic Optimization of Convective Heat Transfer in a Packed Duct. Energy, 1995, 20( 10): 959- 967.

[ 5] 丁中涛, 李立国. 加热圆管流动阻力及熵产的数值分析[J]. 南京航空学院学报, 1988, 20( 4): 25- 30.

[ 6] Bes Th. Thermal Performances of Codirected Cross-Flow Heat Exchangers[J]. Heat and Mass Transfer, 1996, 31: 215- 222.

(责任编辑 吴一黄)